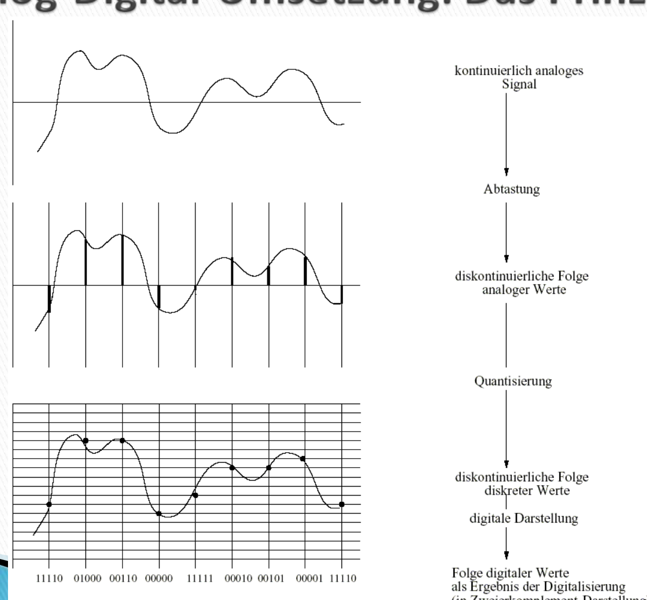
Analog-Digital-Umsetzung

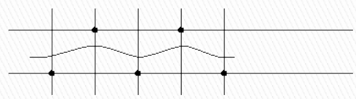
Dipl.-Ing. (TU) Jürgen Wemheuer
wemheuer@ewla.de
http://ewla.de

Analog-Digital-Umsetzung: Das Prinzip …

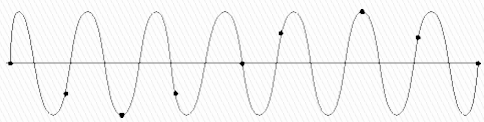


ADU: … und prinzipielle Probleme

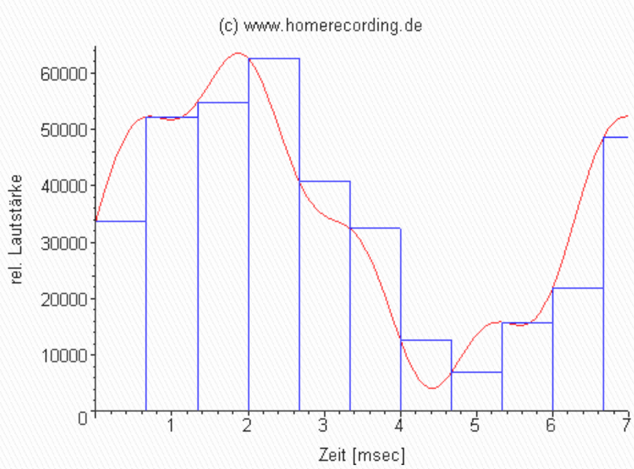
Statt kontinuierlicher (Amplituden-)Werte einer stetigen Funktion
sind nur diskontinuierliche, diskrete Werte möglich (begrenzter Wertevorrat):



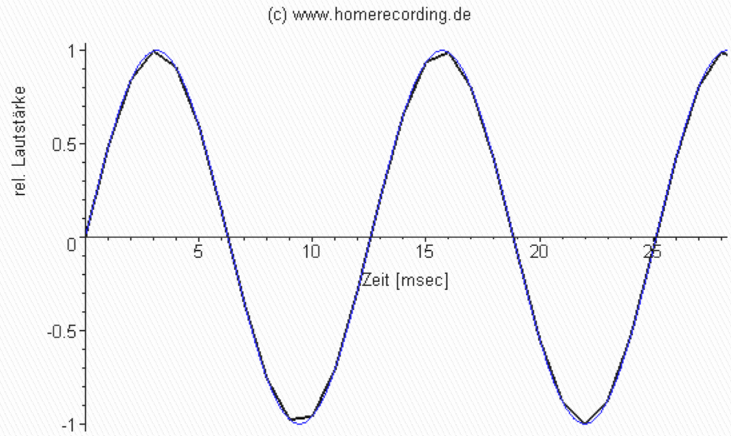
Statt eines zeitlich kontinuierlichen Signalverlaufs einer stetigen Funktion
sind nur „Momentaufnahmen“ mit anschließender Interpolation
der erfassten Werte möglich (begrenzte Datenmenge):



ADU: Reproduzierbarkeit?

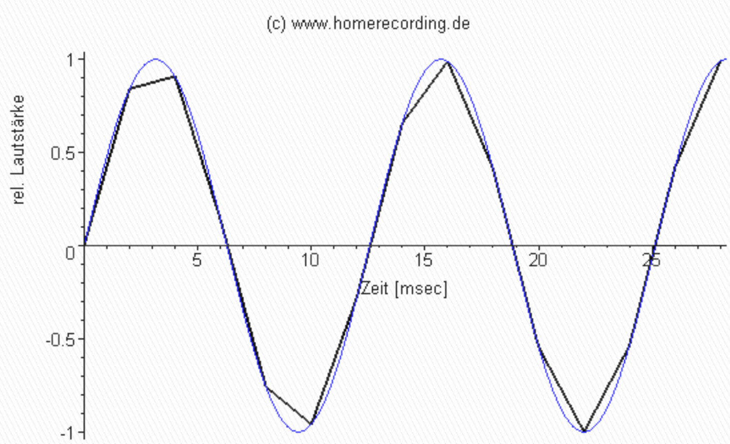


ADU: Reproduzierbarkeit?



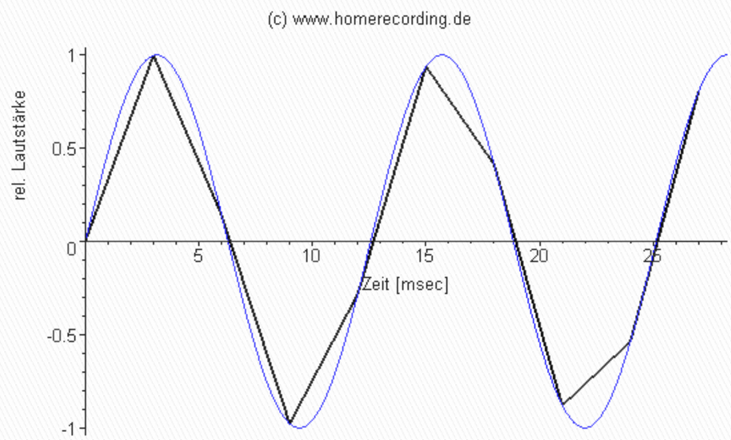
Nutzsignal: Sinuskurve, 80 Hz / Abtastung: 1000 Hz

ADU: Reproduzierbarkeit?



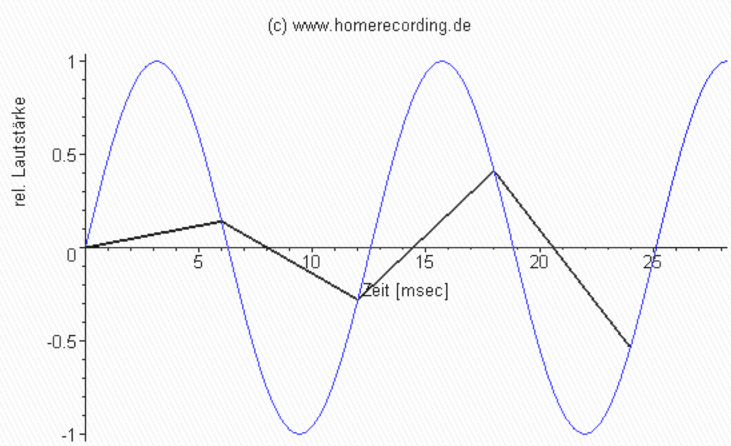
Nutzsignal: Sinuskurve, 80 Hz / Abtastung: 500 Hz

ADU: Reproduzierbarkeit?



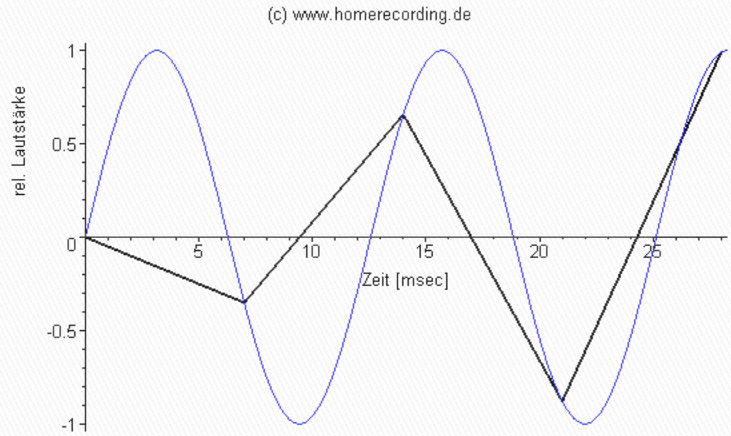
Nutzsignal: Sinuskurve, 80 Hz / Abtastung: 330 Hz

ADU: Reproduzierbarkeit?



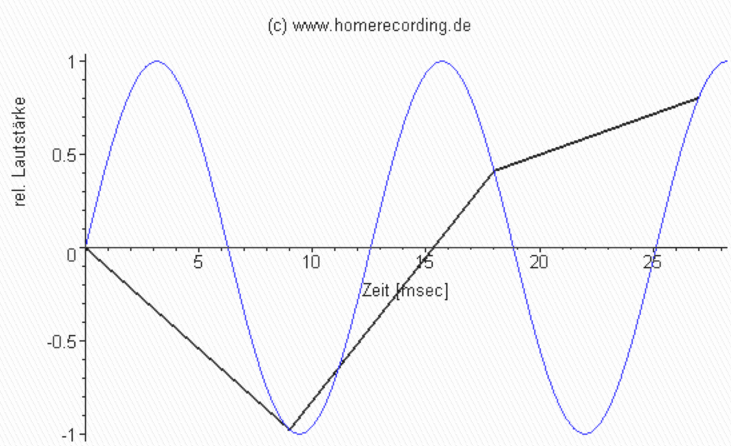
Nutzsignal: Sinuskurve, 80 Hz / Abtastung: 170 Hz

ADU: Reproduzierbarkeit?



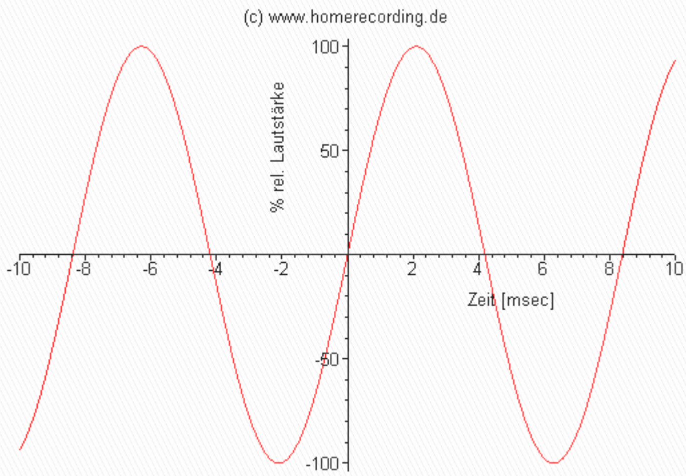
Nutzsignal: Sinuskurve, 80 Hz / Abtastung: 145 Hz

ADU: Reproduzierbarkeit?



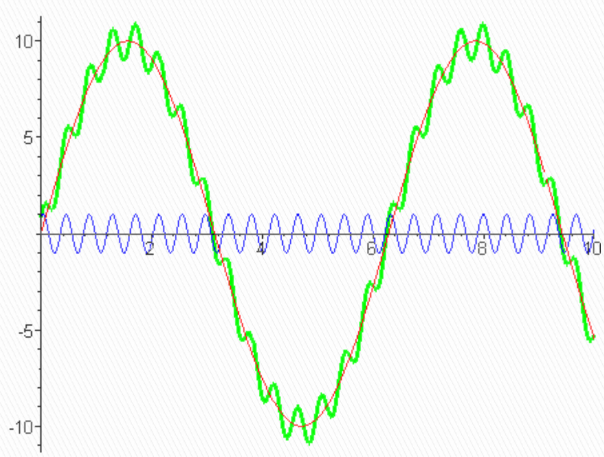
Nutzsignal: Sinuskurve, 80 Hz / Abtastung: 110 Hz

ADU: Superposition von Schwingungen



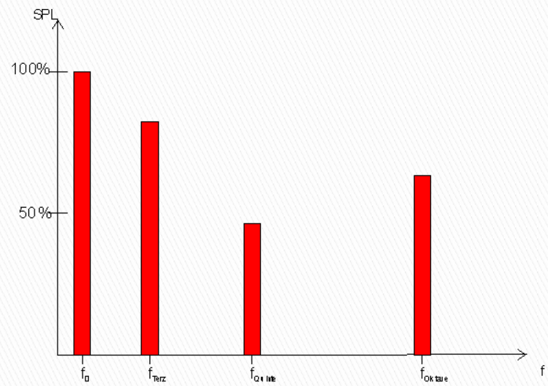
Nutzsignal: Sinuskurve - Grundschwingung

ADU: Superposition von Schwingungen



Nutzsignal: Grundschwingung und Oberschwingungen

ADU: Superposition von Schwingungen



$s(t) = s_0 + s_1 * \cos(1 * \omega_0 * t + \varphi_1) + s_2 * \cos(2 * \omega_0 * t + \varphi_2) + s_3 * \cos(3 * \omega_0 * t + \varphi_3) + \ldots$

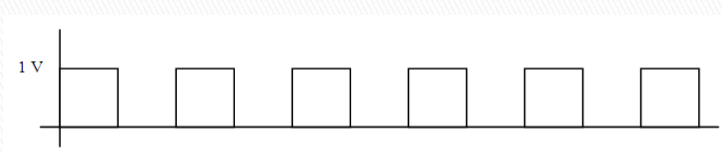
Nutzsignal: Spektraldarstellung

ADU: Fourieranalyse

Beliebige (in einem endlichen Intervall) periodische Signale können mit Fourierreihen dargestellt werden (Fourieranalyse, Spektralanalyse).

Es gilt:

$s(t) = s_0 + s_1 * \cos(1 * \omega_0 * t + \phi_1) + s_2 * \cos(2 * \omega_0 * t + \phi_2) + s_3 * \cos(3 * \omega_0 * t + \phi_3) + \ldots$

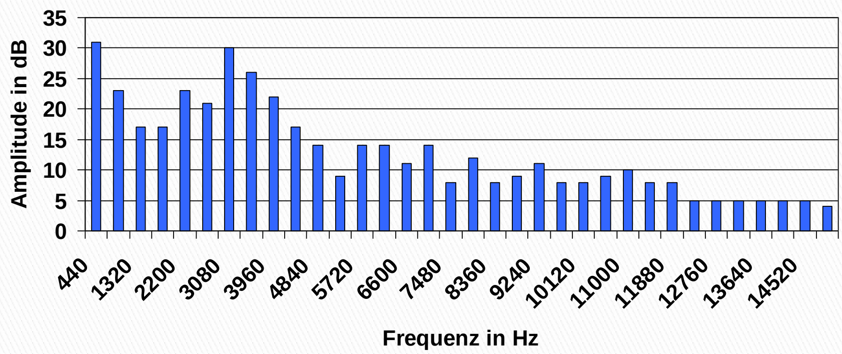


Z.B.: für Rechtecksignale mit Tastverhältnis 50% gilt (ohne Beweis):

$s(t) = 0{,}5V + 2V/\pi * \sin(1 * \omega_0) + 2V/3\pi * \sin(3 * \omega_0 * t) + 2V/5\pi * \sin(5 * \omega_0 * t) + \ldots$

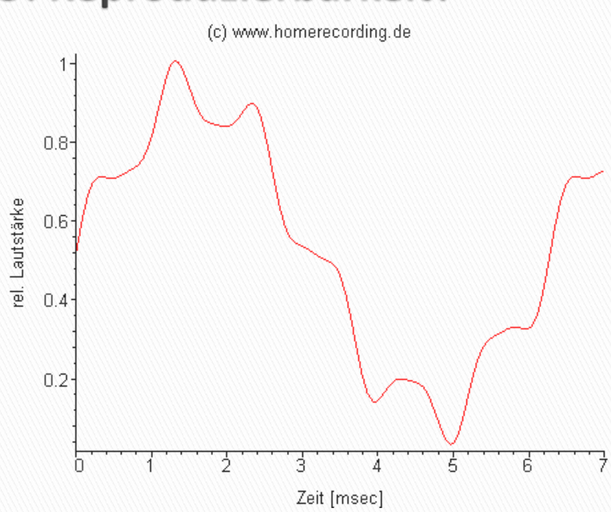
Gerade Oberwellen sind in diesem Rechtecksignal nicht enthalten.

ADU: Superposition von Schwingungen



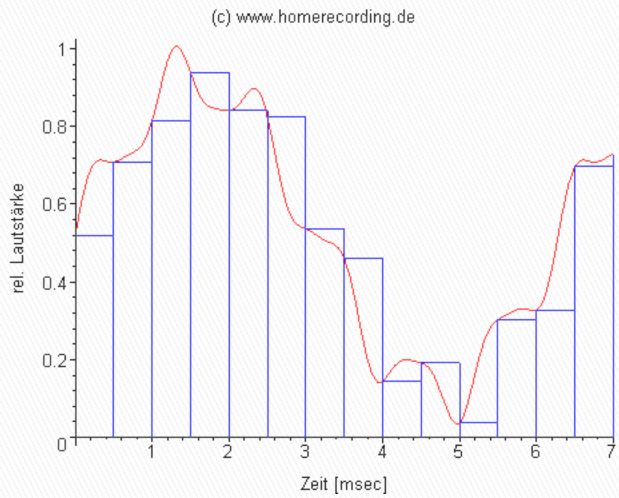
Frequenzspektrum einer Geige bei Kammerton A

ADU: Reproduzierbarkeit?



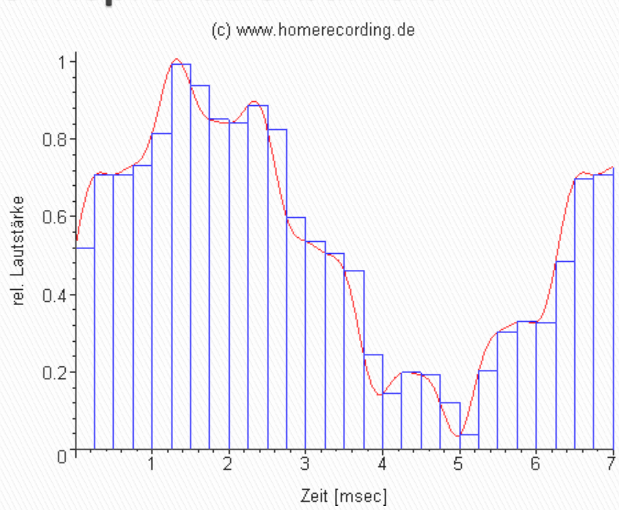
Nutzsignal: Sinuskurven 160 Hz + 960 Hz + 1750 Hz

ADU: Reproduzierbarkeit?



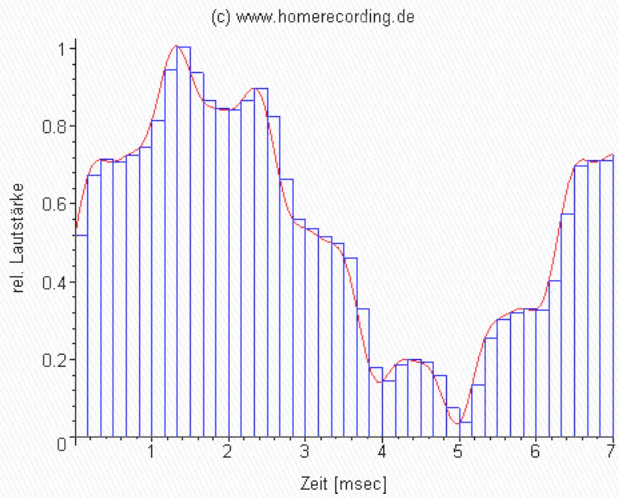
Nutzsignal: max. 1750 Hz / Abtastung: 2 kHz

ADU: Reproduzierbarkeit?



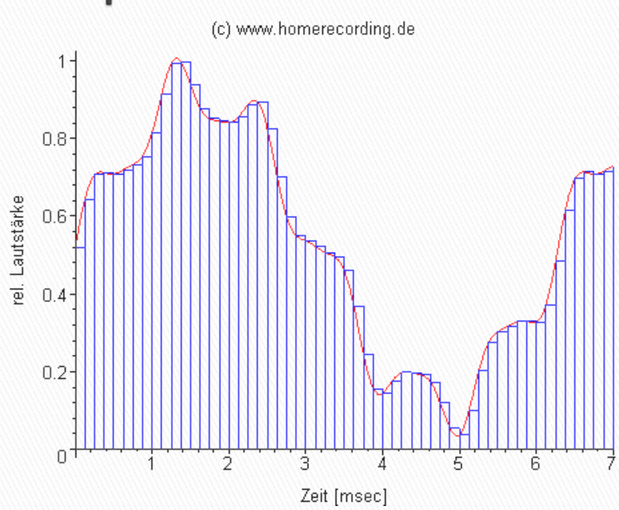
Nutzsignal: max. 1750 Hz / Abtastung: 4 kHz

ADU: Reproduzierbarkeit?



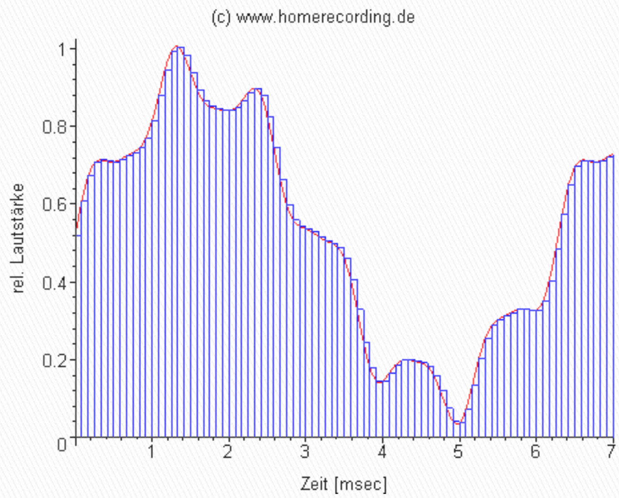
Nutzsignal: max. 1750 Hz / Abtastung: 6 kHz

ADU: Reproduzierbarkeit?



Nutzsignal: max. 1750 Hz / Abtastung: 8 kHz

ADU: Reproduzierbarkeit?



Nutzsignal: max. 1750 Hz / Abtastung: 12 kHz

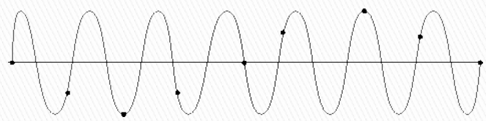
Analog-Digital-Umsetzung: Prinzip

- **Je höher die Sampling-Frequenz, desto besser die Auflösung des Signals**
- **Je höher die Sampling-Frequenz, desto höher aber auch der Speicher-Bedarf**
- **Shannon-Nyquist-Kriterium (Abtasttheorem):**
  Die Abtastfrequenz f_{Abtast} muss größer als 2 Mal die maximal abzutastende Nutzfrequenz f_{max} sein:

$$f_{Abtast} > 2 * f_{max}$$

Aliasing-Fehler

Unterhalb der „Nyquist-Frequenz“ kommt es zu sogenannten „Aliasing-Fehlern“:



Wie die sich anhören, kann man hier nachvollziehen:

- Es wurde bei beiden Aufnahmen ein gleitendes Sinussignal von 0 - 10 kHz aufgenommen („Sweeping“ von englisch to sweep: durchlaufen).
- Beim ersten wurde mit 20 kHz abgetastet (wie es laut Nyquist sein muss), beim zweiten mit 10 kHz.
- Der aufgrund von Aliasing-Fehlern wiederabfallende Ton ab 5 kHz ist genau hörbar.
- Gegebenenfalls ist das zu digitalisierende Signal mit einem Tiefpassfilter von höheren Frequenzen zu befreien.

Analoge Störfaktoren: Verzerrungen

Der Klirrfaktor k gibt an, wie stark die Oberschwingungen, die bei der Verzerrung eines sinusförmigen Signals entstehen, im Vergleich zum Gesamtsignal sind:

$$k = \sqrt{\frac{\bar{U}_2^2 + \bar{U}_3^2 + \bar{U}_4^2 + \ldots}{\bar{U}_1^2 + \bar{U}_2^2 + \bar{U}_3^2 + \bar{U}_4^2 + \ldots}}$$

Der Klirrfaktor k ist immer kleiner oder gleich 1 und wird deshalb in Prozent angegeben (0…100%).

Audiotechnik - Wahrnehmungsschwelle: k<0,1%

Analoge Störfaktoren: Fremdspannung

Dynamik, Störabstand (Rauschabstand, Signal/Noise-Ratio SNR, Fremdspannungsabstand)

Als Dynamik bezeichnet man das Verhältnis von größtem (noch unverzerrten) Signal zum kleinsten Signal,
das eine Übertragungskette übertragen kann.

Hierfür gibt es verschiedene Maßsysteme, zum Beispiel:

$$\mathrm{SNR} = \frac{\text{Nutzsignalleistung}}{\text{Rauschleistung}} = \frac{P_{v,S}}{P_{v,N}}$$

Am Beispiel „Audio“ ist das Ziel in jedem Fall, die Dynamik des menschlichen Hörsinns zu übertragen, also ca. 90 dB.

Begriff in der Digitaltechnik: **Quantisierungsrauschen**

Exkurs: Rechnen mit dem deziBel [dB]

- Die Zahlen, mit denen man in der Technik häfig zu tun hat, sind oft riesig groß oder winzig klein. Oft kommt es dabei auch nur auf das Verhältnis zweier Größen an.
- *Eine Mobilfunkbasisstation sendet beispielsweise mit ca. 80 W in Richtung Handy.*
  Am Mobilfunkgerät kommen davon nur 0,000 000 002 W an, das sind 0,000 000 002 5 % der Sendeleistung.
- Immer wenn große Zahlenbereiche zu überdecken sind, rechnet man vorteilhaft mit dem Logarithmus der Zahlen.

Exkurs: Rechnen mit dem deziBel [dB]

- Der Logarithmus zur Basis 10 des Verhältnisses zweier Leistungen ist eine eigentlich dimensionslose Größe, die aber zu Ehren des Erfinders des Telefons, Alexander Graham Bell, mit Bel bezeichnet wird.
- Um noch bequemere Zahlen zu bekommen, wird nicht in B (Bel), sondern in dB (Dezi-Bel, dezi = ein zehntel) gerechnet:
- $\boldsymbol{Q_P = 10 * lg \frac{Gemessene\ Leistung\ P_1}{Bezugsleistung\ P_2}}$ [dB]

Exkurs: Rechnen mit dem deziBel [dB]

- In linearen Systemen verhalten sich die Leistungsgrößen proportional zu den Quadraten der Effektivwerte von einwirkenden Feldgrößen (z. B. elektrische Spannung, Schalldruck):

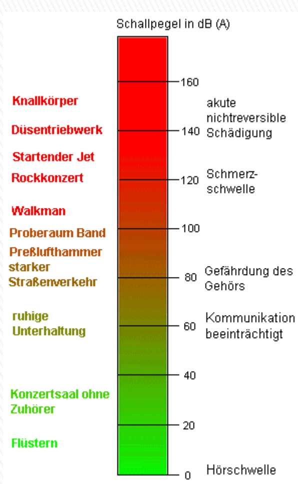
$$P \sim F^2; \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{F_1^2}{F_2^2} = \left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2; \quad \lg \frac{P_1}{P_2} = 2 \cdot \lg \frac{F_1}{F_2}.$$

- $\boldsymbol{Q_F = 20 * lg \frac{Gemessener\ Pegel\ F_1}{Bezugspegel\ F_2}}$ [dB]

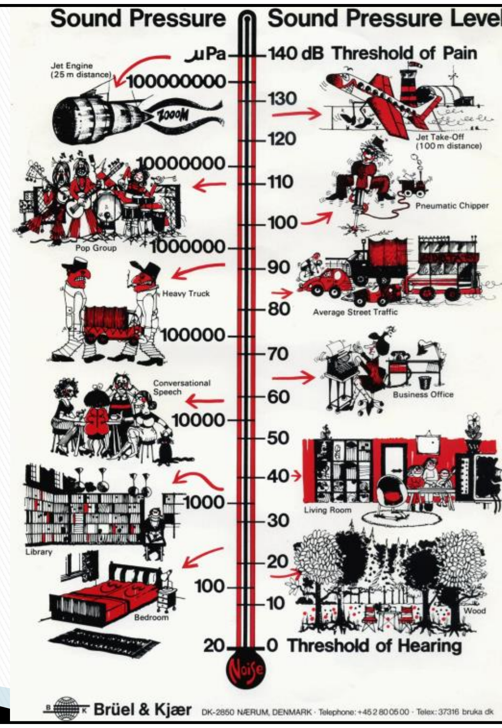
Exkurs: Rechnen mit dem deziBel [dB]

Einheit mit Anhängsel (ITU)	Bedeutung	Schreibweise gemäß DIN, IEC, ISO
dBu	Spannungspegel mit der Bezugsgröße $\sqrt{600\,\Omega \cdot 1\,\mathrm{mW}} \approx 0{,}7746\,\mathrm{V}$	$L_u(\mathrm{re}\ 0{,}775\,\mathrm{V}) = \ldots\ \mathrm{dB}$
dBV	Spannungspegel mit der Bezugsgröße 1 V	$L_V(\mathrm{re}\ 1\,\mathrm{V}) = \ldots\ \mathrm{dB}$
dBA	A-bewerteter Schalldruckpegel	$L_{pA}(\mathrm{re}\ 20\,\mu\mathrm{Pa}) = \ldots\ \mathrm{dB}$
	A-bewerteter Schallleistungspegel	$L_{WA}(\mathrm{re}\ 1\,\mathrm{pW}) = \ldots\ \mathrm{dB}$
dBm	Leistungspegel mit der Bezugsgröße 1 mW	$L_P(\mathrm{re}\ 1\,\mathrm{mW}) = \ldots\ \mathrm{dB}$
dBW	Leistungspegel mit der Bezugsgröße 1 W	$L_P(\mathrm{re}\ 1\,\mathrm{W}) = \ldots\ \mathrm{dB}$
dBµ	Pegel der elektrischen Feldstärke mit der Bezugsgröße 1 µV/m	$L_E(\mathrm{re}\ 1\,\mu\mathrm{V/m}) = \ldots\ \mathrm{dB}$

Exkurs: Rechnen mit dem deziBel [dB]



Rechnen mit deziBel [dB]: Schalldruck



Exkurs: Rechnen mit deziBel und Bits

- Und was haben jetzt die deziBel mit den Bits zu tun?
- Am Beispiel „Audio“:
  - Eine Verdopplung des Schalldruckpegels bedeutet eine Zunahme um ca. 6 dB
  - Ein Bit mehr bedeutet die Verdopplung des Wertevorrats für die diskreten Werte bei der Analog-Digital-Umsetzung
- Mit 16 Bit lässt sich somit eine Dynamik von 96 dB erreichen – von Hörschwelle bis Schmerzgrenze!
- Audio-CD:
  - Quantisierung mit 16 bit
  - Abtastfrequenz 44,1 kHz
  - Datenmenge somit je Minute Stereoaufnahme: ca. 10 MByte

Zum Thema Datenmenge

- Lässt sich die Datenmenge weiter reduzieren?
- Aber ja!
- Siehe Extra-Foliensatz „Datenreduktion“…